

# DỊCH CHUYỂN THỜI GIAN NGƯỢC CHO MÔI TRƯỜNG ĐẲNG HƯỚNG NGANG

TS. Đoàn Huy Hiền<sup>1</sup>, TS. Seonghuyng Jang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trung tâm Nghiên cứu Đô thị, Đại học Quốc gia Hà Nội

<sup>2</sup>Viện Nghiên cứu Khoa học Trái đất và Khoáng sản Hàn Quốc

## Tóm tắt

**Một trong những giả thiết để giải phương trình sóng bằng phương pháp số hay phương pháp giải tích là loại bỏ tính bất đẳng hướng trong các vật liệu đất. Điều đó dẫn đến các thuật toán dịch chuyển sâu trước cộng dựa vào phương trình sóng không còn hiệu quả khi sử dụng cho môi trường bất đẳng hướng. Phân tích tiệm cận của phương trình sóng cho môi trường đẳng hướng ngang tạo ra mối quan hệ phân tán trong mặt P-SV, từ đó có thể tạo ra phương trình vi phân đạo hàm riêng bậc 4 để mô tả quá trình truyền sóng cho môi trường này. Với giả thiết vận tốc sóng ngang bằng 0 và định nghĩa hàm phụ, phương trình vi phân đạo hàm riêng bậc 4 có thể đơn giản hóa thành hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng bậc 2 cho phương trình sóng âm và có thể giải được bằng phương pháp sai phân hữu hạn. Việc mô phỏng này cho kết quả tương đương về mặt động học của sóng dọc trong môi trường đàn hồi đẳng hướng ngang. Vì vậy, phương trình sóng âm này có thể sử dụng cho các thuật toán dịch chuyển cho môi trường đẳng hướng ngang. Dịch chuyển thời gian ngược bằng cách tích vô hướng của trường sóng mô phỏng tại điểm nổ và trường sóng tại điểm thu được đề xuất cho môi trường đẳng hướng ngang này. Kết quả của thuật toán được kiểm tra tính chính xác bởi mô hình địa chất đẳng hướng ngang phức tạp Marmousi.**

**Từ khóa:** Dịch chuyển sâu trước cộng, bất đẳng hướng, đẳng hướng ngang, phương trình sóng.

## 1. Giới thiệu

Dịch chuyển (migration) trong xử lý địa chấn là bước quan trọng nhất với mục đích đưa các tín hiệu địa chấn về đúng vị trí phân xạ để phục vụ cho các quá trình minh giải sau này. Dịch chuyển địa chấn được phân loại như sau: dịch chuyển thời gian (time migration), dịch chuyển sâu (depth migration), dịch chuyển trước khi cộng (prestack migration) và dịch chuyển sau khi cộng (poststack migration). Tùy vào mục đích và độ phức tạp của điều kiện địa chất mà áp dụng thuật toán dịch chuyển phù hợp. Trong đó, dịch chuyển sâu trước cộng (prestack depth migration) được coi là phương pháp chính xác nhất cho các điều kiện môi trường địa chất phức tạp, vận tốc truyền sóng thay đổi theo cả phương dọc và ngang. Thuật toán dịch chuyển sâu trước cộng được chia làm 3 loại tùy thuộc vào cách tiệm cận lời giải phương trình sóng: phương pháp đường đi của tia sóng (ray tracing), phương pháp phương trình sóng một chiều (one way wave equation) và phương pháp phương trình sóng hai chiều (two way wave equation). Trong các thuật toán dịch chuyển sâu trước cộng, dịch chuyển thời gian ngược (reverse time migration) là phương pháp chính xác nhất để xây dựng mặt cắt địa chấn cho cấu trúc địa chất phức tạp và độ

tương phản vận tốc của các đơn vị địa chất lớn như đụn muối (salt dome) [5, 6, 7, 9, 12].

Lịch sử nghiên cứu địa chấn cho thấy, do ảnh hưởng của tính bất đẳng hướng của môi trường địa chất nên mặt cắt dịch chuyển địa chấn và tài liệu địa vật lý giếng khoan không khớp nhau mặc dù mô hình vận tốc cho dịch chuyển là mô hình thật. Tính bất đẳng hướng của môi trường địa chất tồn tại tự nhiên do 3 nguyên nhân chính: (1) các khoáng vật đẳng hướng được sắp xếp theo một chiều nhất định nào đó; (2) các lớp trầm tích đẳng hướng mỏng (chiều dày của các lớp nhỏ hơn nhiều bước sóng) sắp xếp chồng lên nhau; (3) do các khe nứt nhỏ trong lớp. Phần lớn tính bất đẳng hướng của các đối tượng địa chất là do kết hợp cả ba điều kiện trên [4, 8, 10, 15] đã chỉ rõ ảnh hưởng của tính bất đẳng hướng đến các thuật toán dịch chuyển sâu trước cộng. Issac và Lawton (1999) [8] đã sử dụng mô hình vật lý đẳng hướng ngang (vertical transversely isotropic) để tạo ra số liệu địa chấn trong phòng thí nghiệm sau đó dùng các thuật toán dịch chuyển khác nhau để đánh giá. Số liệu địa chấn thu được từ mô hình vật lý và sử dụng mô hình vận tốc đúng đầu vào này cho bài toán dịch chuyển. Tuy nhiên, kết quả dịch chuyển vẫn không khớp với mô hình đầu vào. Điều

đó cho thấy các thuật toán dịch chuyển sâu trước cộng không còn phù hợp trong môi trường bất đẳng hướng vì phương trình sóng cho các thuật toán dịch chuyển sâu đều là phương trình sóng âm cho môi trường đẳng hướng. Vì thế, kết hợp các tính chất bất đẳng hướng vào phương trình sóng sẽ giúp giải quyết phát triển các thuật toán dịch chuyển sâu trước cộng cho môi trường bất đẳng hướng. Trong bài báo này, nhóm tác giả khai triển phương trình sóng cho môi trường đẳng hướng ngang (bất đẳng hướng sâu); Giải phương trình sóng bằng phương pháp sai phân hữu hạn; Xây dựng thuật toán dịch thời gian ngược cho môi trường đẳng hướng ngang và các ví dụ số minh họa.

**2. Phương trình sóng cho môi trường đẳng hướng ngang**

Phương trình sóng cho môi trường đàn hồi và bất đẳng hướng được xây dựng trên cơ sở của Định luật 2 Newton và Định luật Hooke như sau [1]:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_{ijkl} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} = f_i \tag{1}$$

Trong đó  $u$  là trường sóng,  $\rho$  là mật độ,  $c_{ijkl}$  là tensor độ cứng và  $f_i$  là hàm nguồn.

Tensor độ cứng thể hiện tất cả các tính chất đàn hồi của vật liệu. Trong trường hợp tổng quát nhất, nó bao gồm 21 phần tử độc lập, trong trường hợp đẳng hướng và đàn hồi, tensor độ cứng bao gồm hai thành phần tương ứng với sức đàn hồi Young ( $E$ ) và chống cắt ( $\mu$ ). Đối với môi trường đẳng hướng ngang, tensor độ cứng bao gồm 5 phần tử độc lập được thể hiện như sau:

$$c_{ijkl} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Trong đó  $C_{12} = C_{11} - 2C_{66}$ .

Để mô tả về mặt giải tích các loại sóng mặt cho trường hợp tổng quát nhất, loại bỏ phần hàm nguồn của phương trình sóng (1), khi đó nghiệm của phương trình 1 sẽ có thể biểu diễn dưới dạng giải tích như sau:

$$u_k = U_k e^{i\omega(n_j x_j - Vt)} \tag{3}$$

Trong đó:  $U_k$  là các thành phần theo các hướng khác nhau của vectơ phân cực  $U$ ;  $\omega$  là tần số góc;  $V$  là vận tốc pha,  $n_j$  là vectơ đơn vị vuông góc với mặt sóng.

Thế phương trình (3) vào phương trình (1) thu được phương trình Christoffel như sau:

$$\begin{bmatrix} G_{11} - \rho V^2 & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} - \rho V^2 & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = 0 \tag{4}$$

Ở đây  $G_{ik}$  là ma trận Christoffel với các hệ số được tính:

$$G_{ik} = c_{ijkl} n_j n_l \tag{5}$$

Giải phương trình (4) trên cơ sở giá trị riêng ( $\rho V_p$ ) và vectơ riêng ( $U_k$ ) sẽ thu được tốc độ của pha sóng với các góc tới khác nhau ( $V_p$ ) và trường sóng tương ứng ( $U_k$ ).

Với môi trường đẳng hướng ngang, giá trị của các phần tử của ma trận Christoffel là:

$$\begin{aligned} G_{11} &= C_{11}n_1^2 + C_{66}n_2^2 + C_{55}n_3^2 \\ G_{22} &= C_{66}n_1^2 + C_{11}n_2^2 + C_{55}n_3^2 \\ G_{33} &= C_{55}(n_1^2 + n_2^2) + C_{33}n_3^2 \\ G_{12} &= (C_{11} - C_{66})n_1n_2 \\ G_{13} &= (C_{11} + C_{55})n_1n_3 \\ G_{23} &= (C_{11} + C_{55})n_2n_3 \end{aligned} \tag{6}$$

Trong môi trường đẳng hướng ngang, tất cả các mặt phẳng có trục đối xứng thẳng đứng là như nhau, vì thế việc nghiên cứu sóng mặt trong một mặt phẳng thẳng đứng là đủ. Trong trường hợp này, ta chọn mặt ( $n_2 = 0$ ) và hai thành phần vectơ  $n_1$  và  $n_3$  có thể biểu diễn dưới dạng sin và cosin của góc tới  $\theta$ . Khi đó tốc độ pha sẽ tính được bằng cách giải phương trình:

$$\det [G_{ik} - \delta_{ik}\rho V^2] = 0 \tag{7}$$

Trong đó  $\delta_{ik} = 1$  nếu  $i = k$ , và  $\delta_{ik} = 0$  cho các trường hợp còn lại. Thế giá trị của các thành phần  $G_{ik}$  ở hệ phương trình 6 và các thành phần vectơ  $n_1 = \sin \theta$ ,  $n_2 = 0$  và  $n_3 = \cos \theta$  vào phương trình 7 thu được tốc độ pha của các loại sóng trong môi trường đẳng hướng ngang như sau:

$$V_{sh}(\theta) = \sqrt{\frac{c_{66} \sin^2 \theta + c_{55} \cos^2 \theta}{\rho}} \tag{8}$$

$$2\rho V^2(\theta) = (C_{11} + C_{55})\sin^2 \theta + (C_{33} + C_{55})\cos^2 \theta \pm \sqrt{[(C_{11} - C_{55})\sin^2 \theta - (C_{33} - C_{55})\cos^2 \theta]^2 + 4(C_{13} + C_{55})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta} \tag{9}$$

Trong đó, dấu cộng tương ứng với sóng dọc ( $P$ ), dấu trừ tương ứng với thành phần vuông góc của sóng ngang ( $S_v$ ), tương tự như thế  $V_{sh}$  là vận tốc của sóng ngang theo thành phần nằm ngang.

Việc mô tả các loại sóng thông qua các hệ số của tensor độ cứng nhiều khi không phản ánh hết được mức độ bất đẳng

hướng của môi trường. Do đó các thông số Thomsen được định nghĩa:

$$V_{p0} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \quad (10)$$

$$V_{s0} = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} \quad (12)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{55})^2 - (C_{33} - C_{55})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{55})} \quad (13)$$

$$\gamma = \frac{C_{66} - C_{55}}{2C_{55}} \quad (14)$$

Với việc định nghĩa các tham số Thomsen, có thể thấy các điểm nổi bật là: (1) ba tham số không thứ nguyên  $\varepsilon$ ,  $\delta$  và  $\gamma$  tiến dần đến 0 khi môi trường đẳng hướng; (2)  $\varepsilon$  là tỷ số giữa vận tốc sóng dọc theo thành phần vuông góc và thành phần song song của dọc, trong khi đó  $\gamma$  là đại diện tương tự cho sóng ngang, do đó  $\varepsilon$ ,  $\gamma$  đặc trưng cho độ bất đẳng hướng của môi trường; (3) các tham số Thomsen có thể dễ dàng tính từ tensor độ cứng và ngược lại.

Với các tham số Thomsen được định nghĩa từ phương trình (10) đến (14), tốc độ pha của các loại sóng (phương trình 8 và 9) được biểu diễn lại như sau:

$$V_{sh}(\theta) = V_{s0}\sqrt{1 + 2\gamma\sin^2\theta} \quad (15)$$

$$(16)$$

$$\frac{V^2(\theta)}{V_{p0}^2} = 1 + \varepsilon\sin^2\theta - \frac{f}{2} \pm \frac{f}{2} \sqrt{\left(1 + \frac{2\varepsilon\sin^2\theta}{f}\right) - \frac{2(\varepsilon - \delta)\sin^2 2\theta}{f}}$$

$$\text{Trong đó } f = 1 - \frac{V_{s0}^2}{V_{p0}^2}.$$

Trong không gian Fourier, các vectơ đơn vị có được thể hiện dưới dạng  $n_1 = vk_x/\omega$  và  $n_3 = vk_z/\omega$ , trong đó  $\omega$  là tần số góc,  $k_x$  và  $k_y$  là số sóng theo phương x và y tương ứng. Khi đó phương trình Christoffel đối với mặt sóng P-SV như sau:

$$\begin{bmatrix} a_{11}k_x^2 + a_{55}k_z^2 - \omega^2 & (a_{13} + a_{55})k_xk_z \\ (a_{13} + a_{55})k_xk_z & a_{55}k_x^2 + a_{33}k_z^2 - \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

Trong đó  $a_{ij} = c_{ij}/\rho$ . Thiết lập định thức của ma trận Christoffel bằng 0, ta thu được mối quan hệ giữa tần số góc và số sóng như sau:

$$\begin{aligned} 0 = & \omega^4 - [(a_{11} + a_{55})k_x^2 + (a_{33} + a_{55}) \\ & k_z^2]\omega^2 + a_{11}a_{55}k_x^4 + a_{33}a_{55}k_z^4 \\ & + [a_{11}a_{33} + a_{55}^2 - (a_{13} + a_{55})^2]k_x^2k_z^2 \end{aligned} \quad (18)$$

Vì môi trường xem xét là môi trường đẳng hướng ngang, nên các thành phần theo phương x và y như nhau, do đó phương trình 18 có thể tổng quát hóa bằng cách thay thế  $k_x^2$  bởi  $(k_x^2 + k_y^2)$ , thu được phương trình sau:

$$\begin{aligned} 0 = & \omega^4 - [(a_{11} + a_{55})(k_x^2 + k_y^2) + (a_{33} + a_{55})k_z^2]\omega^2 \\ & + a_{11}a_{55}(k_x^2 + k_y^2)^2 + a_{33}a_{55}k_z^4 \\ & + [a_{11}a_{33} + a_{55}^2 - (a_{13} + a_{55})^2](k_x^2 + k_y^2)k_z^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Thay thế các giá trị của ma trận độ cứng bằng vận tốc được định nghĩa từ các tham số Thomsen ở trên và  $a_{11} = V_{px}^2, V_{NMO} = V_{p0}\sqrt{1 + 2\varepsilon}$  vào phương trình 19 và nhân cả hai vế của phương trình 19 với trường sóng trong miền tần số,  $\omega$ , thu được:

$$\begin{aligned} 0 = & \omega^4 U - [(V_{px}^2 + V_{s0}^2)(k_x^2 + k_y^2) + (V_{p0}^2 + V_{s0}^2)k_z^2]\omega^2 U + \\ & \{[V_{p0}^2(V_{px}^2 - V_{NMO}^2) + V_{s0}^2(V_{p0}^2 + V_{NMO}^2)](k_x^2 + k_y^2)k_z^2 + V_{px}^2 V_{s0}^2 \\ & (k_x^2 + k_y^2)^2 + V_{p0}^2 V_{s0}^2 k_z^4\} U \end{aligned} \quad (20)$$

Thực hiện dịch chuyển Fourier ngược phương trình 20 bằng cách sử dụng các mối liên quan  $i\omega \leftrightarrow -\frac{\partial}{\partial t}; ik_x \leftrightarrow -\frac{\partial}{\partial x}; ik_y \leftrightarrow -\frac{\partial}{\partial y}$  và  $ik_z \leftrightarrow -\frac{\partial}{\partial z}$  thu được phương trình vi phân đạo hàm riêng cấp 4 mô phỏng quá trình truyền sóng trong môi trường đẳng hướng ngang như sau:

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\partial^4 U}{\partial t^4} - (V_{px}^2 + V_{s0}^2)\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^2 \partial t^2}\right) - (V_{p0}^2 + V_{s0}^2) \\ & \frac{\partial^4 U}{\partial z^2 \partial t^2} + V_{px}^2 V_{s0}^2 \left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4}\right) + V_{p0}^2 V_{s0}^2 \frac{\partial^4 U}{\partial z^4} + \\ & [V_{p0}^2(V_{px}^2 - V_{NMO}^2) + V_{s0}^2(V_{p0}^2 + V_{NMO}^2)]\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^2 \partial z^2}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

Vì trong xử lý số liệu địa chấn, đặc biệt là địa chấn biển, do sóng dọc không lan truyền trong môi trường nước, nên các tín hiệu thu được phần lớn là sóng dọc. Do đó nếu loại bỏ thành phần sóng ngang trong phương trình 21 thu được phương trình sóng âm cho môi trường đẳng hướng ngang như sau:

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\partial^4 U}{\partial t^4} - V_{px}^2 \left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^2 \partial t^2}\right) - V_{p0}^2 \frac{\partial^4 U}{\partial z^2 \partial t^2} + V_{p0}^2 \\ & (V_{px}^2 - V_{NMO}^2)\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^2 \partial z^2}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

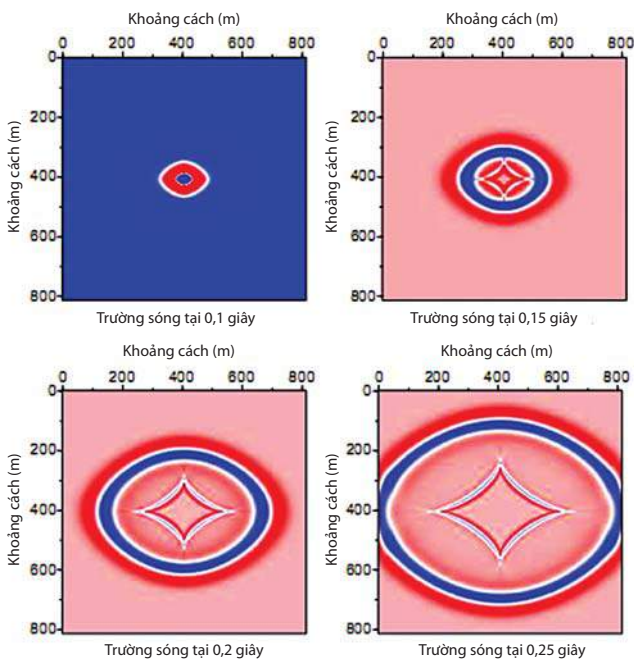
Zhang (2006) và Alkhalifah (2000) [3] giới thiệu hàm  $W = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$ , khi đó phương trình vi phân đạo hàm riêng bậc 4 (22) sẽ được chuyển về hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng bậc 2 như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = & W \\ \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = & V_{px}^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) - V_{p0}^2 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - V_{p0}^2(V_{px}^2 - V_{NMO}^2) \\ & \left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^2 \partial z^2}\right) \end{aligned} \quad (23)$$

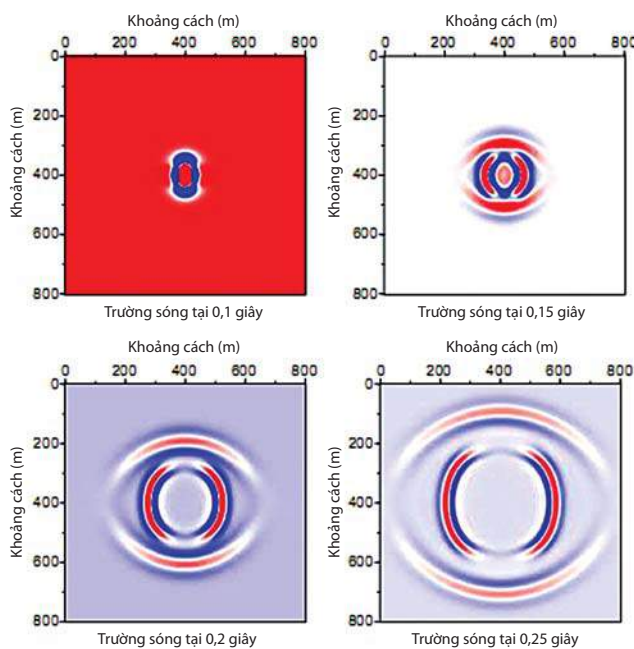
Khi đó hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng bậc

2 có thể dễ dàng giải được bằng phương pháp sai phân hữu hạn.

Hình 1 mô tả trường sóng dọc tại các thời điểm khác nhau từ hệ phương trình 23. Trong đó mô hình vận tốc đầu vào có  $V_{p0} = 3.000\text{m/s}$ ;  $\epsilon = 0,2$  và  $\delta = 0,1$ . Nguồn phát đặt tại giữa mô hình và được mô phỏng dưới dạng hàm Ricker với tần số đỉnh là 20Hz. Trong khi đó Hình 2 mô tả trường sóng đàn hồi (không giả thiết sóng  $V_{s0} = 0$ ) được tính trực tiếp từ phương trình sóng (1) tại các thời điểm



Hình 1. Trường sóng dọc tại các thời điểm khác nhau được tính từ hệ phương trình 23



Hình 2. Trường sóng đàn hồi tại các thời điểm khác nhau được mô phỏng từ phương trình sóng 1

khác nhau với mô hình vận tốc và các tham số Thomsen như trên.

Về mặt động học, quá trình truyền sóng dọc tính theo hệ phương trình 23 (Hình 1) giống với mô hình đẳng hướng ngang đàn hồi tính theo phương trình sóng 1 (Hình 2). Vì thế, phương trình 23 có thể sử dụng cho các thuật toán dịch chuyển sâu trước cộng bằng các phương trình sóng.

3. Dịch chuyển thời gian ngược

Phương trình sóng trong trường hợp rời rạc hóa có thể biểu diễn như sau [11]:

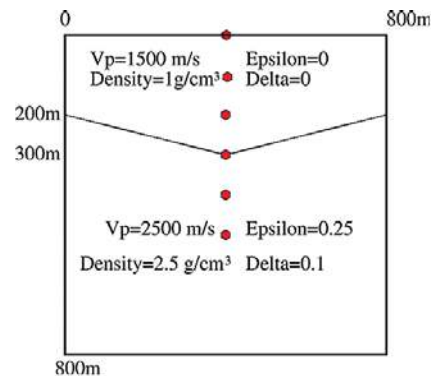
$$M\ddot{U}(t, p) + KU(t, p) = f(t) \tag{24}$$

Trong đó:

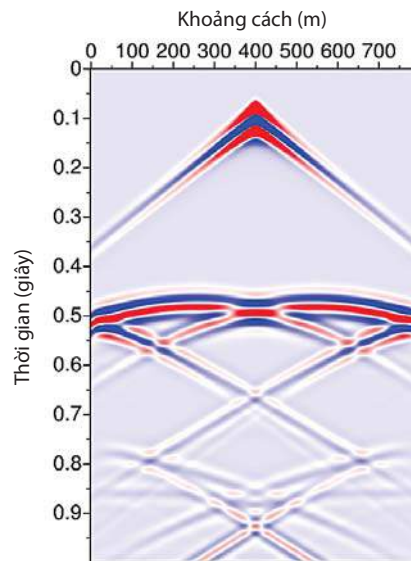
M: Ma trận khối lượng;

K: Độ cứng;

p: Tham số địa vật lý.



Hình 3. Mô hình vật lý đơn giản mô tả tính chất đẳng hướng ngang sử dụng để kiểm mô phỏng quá trình truyền sóng và dịch chuyển



Hình 4. Điểm nổ chung từ mô phỏng trường sóng từ hệ phương trình 23

Shin và Chung (1999) [14] đã chứng minh điều kiện ảnh cho bài toán dịch chuyển sâu trước cộng tương đương với tích vô hướng của đạo hàm riêng bậc nhất của trường sóng theo một tham số địa vật lý với số liệu địa chấn ghi được trên bề mặt. Điều kiện ảnh chính là cơ sở của thuật toán dịch thời gian ngược cho môi trường đẳng hướng và bất đồng nhất [13].

Cách tiệm cận cho môi trường đẳng hướng ngang cũng được tiến hành tương tự.

Trong không gian Fourier, phương trình 24 được viết lại như sau:

$$KU(\omega, p) - M\omega^2 U(\omega, p) = F \quad (25)$$

Đạo hàm hai vế của phương trình 25 theo một tham số địa vật lý nào đó,  $p_1$ , (vận tốc, tỷ trọng...) thu được:

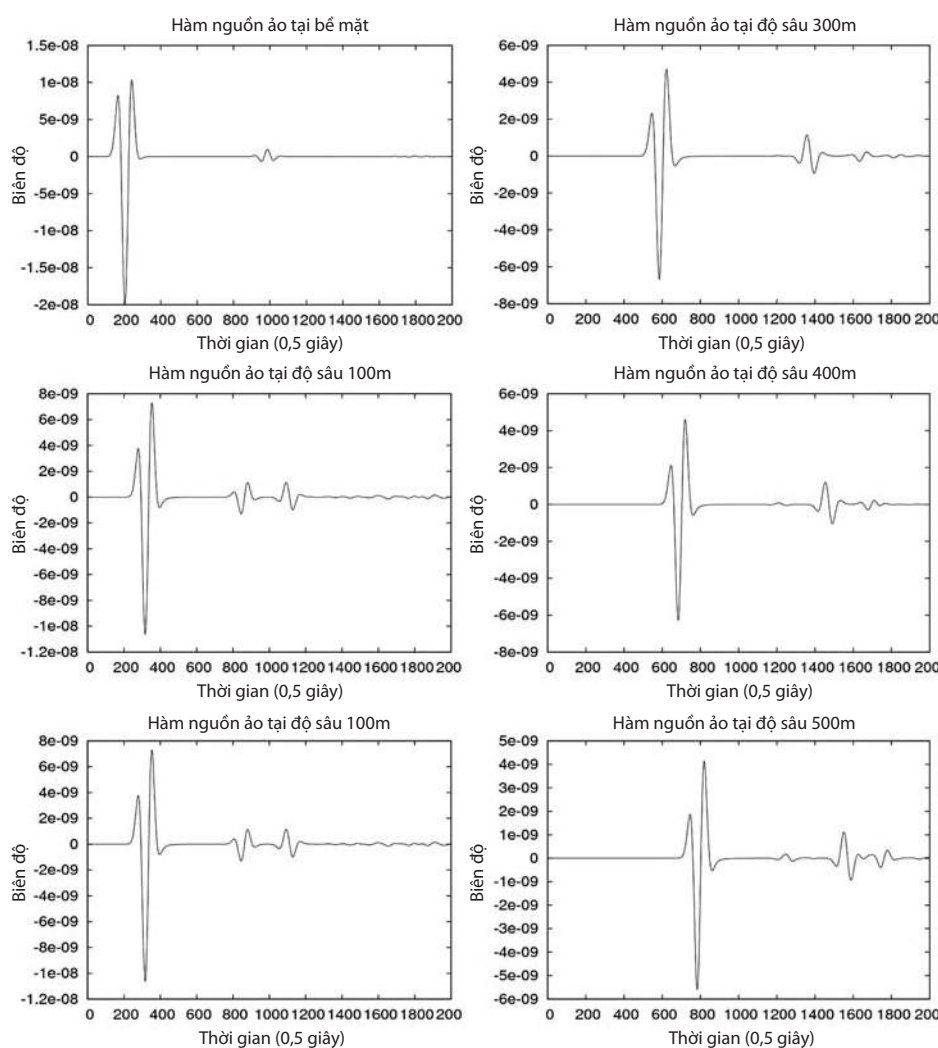
$$K \frac{\partial U(\omega, p)}{\partial p_1} - \omega^2 M \frac{\partial U(\omega, p)}{\partial p_1} = - \left( \frac{\partial K}{\partial p_1} - \omega^2 \frac{\partial M}{\partial p_1} \right) U(\omega, p) \quad (26)$$

Phương trình 25 và 26 có dạng giống nhau, sự khác nhau là hàm nguồn (force function). Ở phương trình 25, hàm nguồn được cho trước trong mỗi phương trình sóng (thường là xung spike, xung với pha ban đầu là 0, hoặc là xung Ricker), trong khi đó ở phương trình 26,  $-\left(\frac{\partial K}{\partial p_1} - \omega^2 \frac{\partial M}{\partial p_1}\right) U(\omega, p) = f^*$  được gọi là hàm nguồn ảo (virtual source). Hàm nguồn ảo được tính trực tiếp từ trường sóng và đại lượng phụ thuộc và các điều kiện tham số địa vật lý đầu vào. Như vậy, đạo hàm riêng (partial derivative) của trường sóng có thể tính toán được bằng cách giải phương trình sóng hai lần. Sau đạo hàm riêng của trường sóng được tính toán, khi đó có thể thực hiện được thuật toán dịch để xuất bởi Shin và Chung, 1999 [14].

Hình 3 giới thiệu một mô hình đẳng hướng ngang đơn giản để kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán. Hình 4 là số liệu địa chấn (điểm nổ chung) được mô phỏng từ mô hình địa vật lý ở Hình 3 và phương pháp sai phân hữu

hạn giải hệ phương trình sóng 23. Số liệu địa chấn này được sử dụng như là đầu vào cho thuật toán dịch chuyển trước cộng. Để thực hiện điều đó, đạo hàm riêng của trường sóng theo tại các nút mạng lưới sai phân hữu hạn được tính toán và nhân với số liệu địa chấn đầu vào sẽ được giá trị điểm ảnh tại vị trí này. Hình 6 giới thiệu ví dụ tính toán của đạo hàm riêng của trường sóng theo vận tốc sóng dọc tại các điểm được ghi chú ở Hình 3. Trước đó, hàm ảo được tính toán và mô phỏng ở Hình 5. Các đạo hàm riêng này sẽ được sử dụng để nhân vô hướng với số liệu địa chấn đầu vào Hình 4 để thu được giá trị điểm ảnh tại điểm cần tính toán. Tập hợp tất cả giá trị điểm ảnh này lại sẽ thu được mặt cắt địa chấn của một điểm nổ chung (Hình 7). Sau đó, cộng tất cả mặt cắt của các điểm nổ chung thu được toàn bộ mặt cắt sâu địa chấn của toàn bộ số liệu thu nổ tại các vị trí khác nhau.

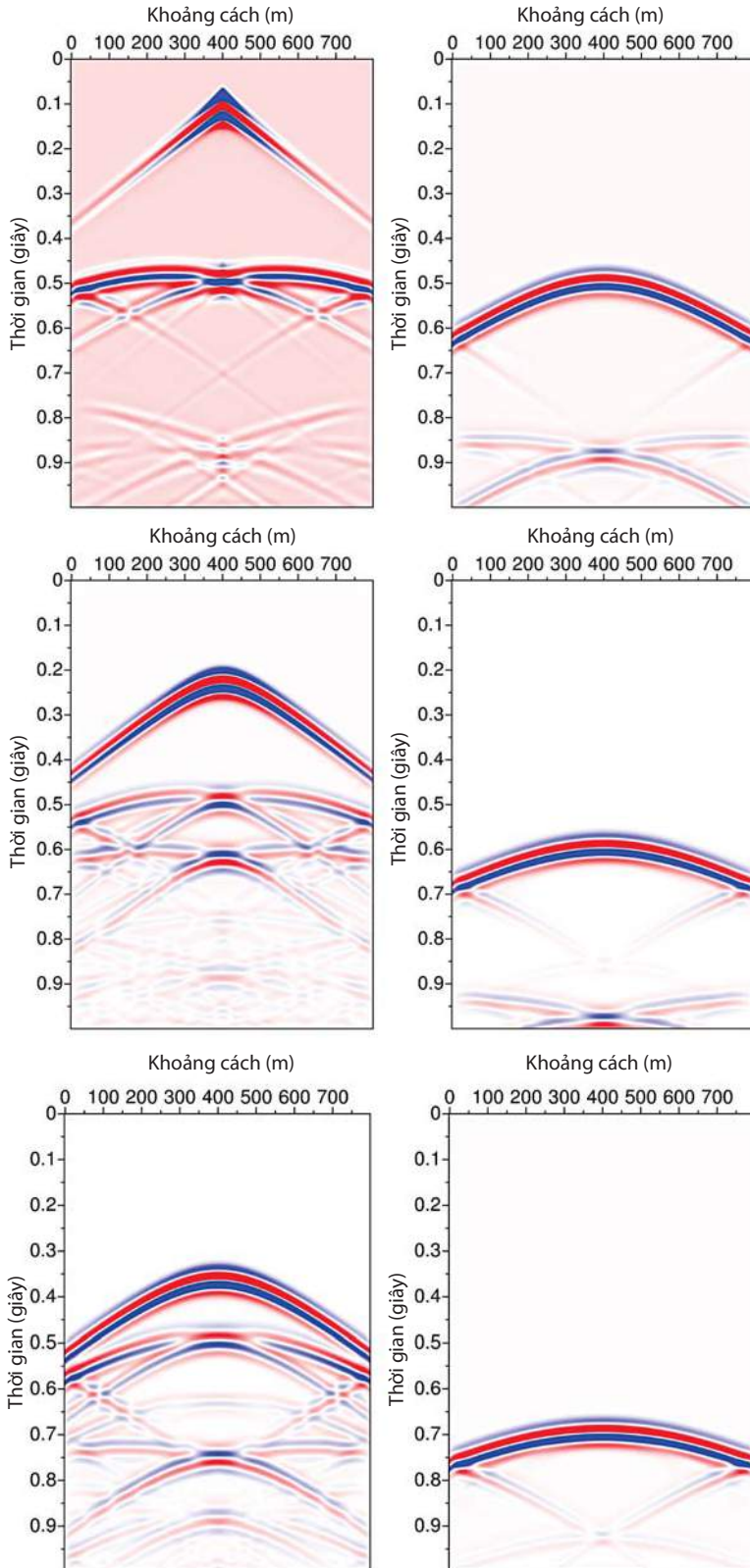
So sánh với mô hình vận tốc đầu vào (Hình 3 và 7), nhận



**Hình 5.** Ví dụ tính toán các hàm nguồn ảo tại các vị trí đánh dấu bởi các nốt tại Hình 3. Hàm nguồn ảo này được sử dụng để tính toán đạo hàm riêng của trường sóng tại các điểm

thấy các bề mặt phản xạ được xác định chính xác và đúng. Điều đó kết luận tính đúng đắn của điều kiện ảnh và phép tính đạo hàm riêng của trường sóng cho môi trường đẳng hướng ngang. Tuy nhiên, khối lượng tính

toán đạo hàm riêng rất lớn và chiếm nhiều dung lượng bộ nhớ cũng như là ổ đĩa chứa. Vì thế cần thực hiện một điều kiện ảnh khác để tạo ảnh địa chấn từ số liệu đầu vào là điểm nổ chung.



Hình 6. Ví dụ tính toán đạo hàm riêng tại các vị trí đánh dấu bởi các nốt tại Hình 3

Như vậy, điều kiện ảnh được tổng quát hóa qua phương trình sau:

$$\text{Map}(x, z = 0, t) = \sum_{i=0}^{N_{\text{shot}}} \left\langle \frac{\partial U(x, z = 0, t)}{\partial p}, d_i(x, z = 0, t) \right\rangle \quad (27)$$

Trong đó  $d_i(x, z = 0, t)$  là số liệu địa chấn thu được trên bề mặt hay còn gọi là điểm nổ chung.

Thế đạo hàm riêng của trường sóng  $\frac{\partial U(x, z = 0, t)}{\partial p}$  xác định từ phương trình 26 vào phương trình 27 thu được:

$$\text{Map}(x, z = 0, t) = \sum_{i=0}^{N_{\text{shot}}} \langle S(p, t)^{-1} f^*, d_i(x, z = 0, t) \rangle \quad (28)$$

Trong đó  $S = K - \omega^2 M$

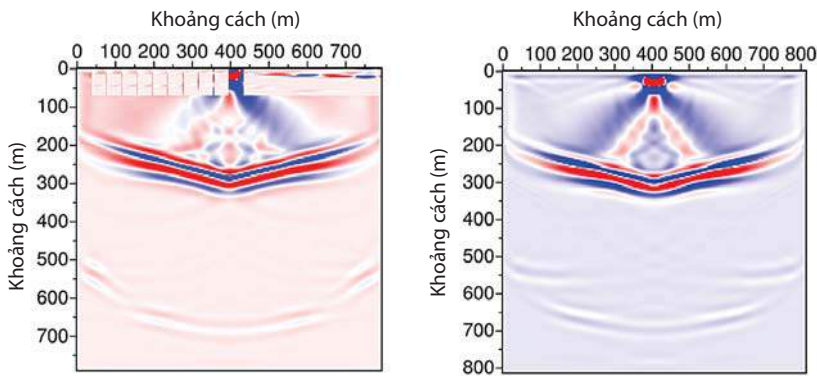
Do S đối xứng nên phương trình điều kiện ảnh (28) có thể viết lại như sau:

$$\text{Map}(x, z = 0, t) = \sum_{i=0}^{N_{\text{shot}}} \langle S(p, t)^{-1} d_i(x, z = 0, t), f^* \rangle \quad (29)$$

Phương trình 29 là phương trình cơ bản của thuật toán dịch chuyển sâu thời gian ngược, trong đó được gọi là trường sóng truyền ngược (back propagating wavefield).

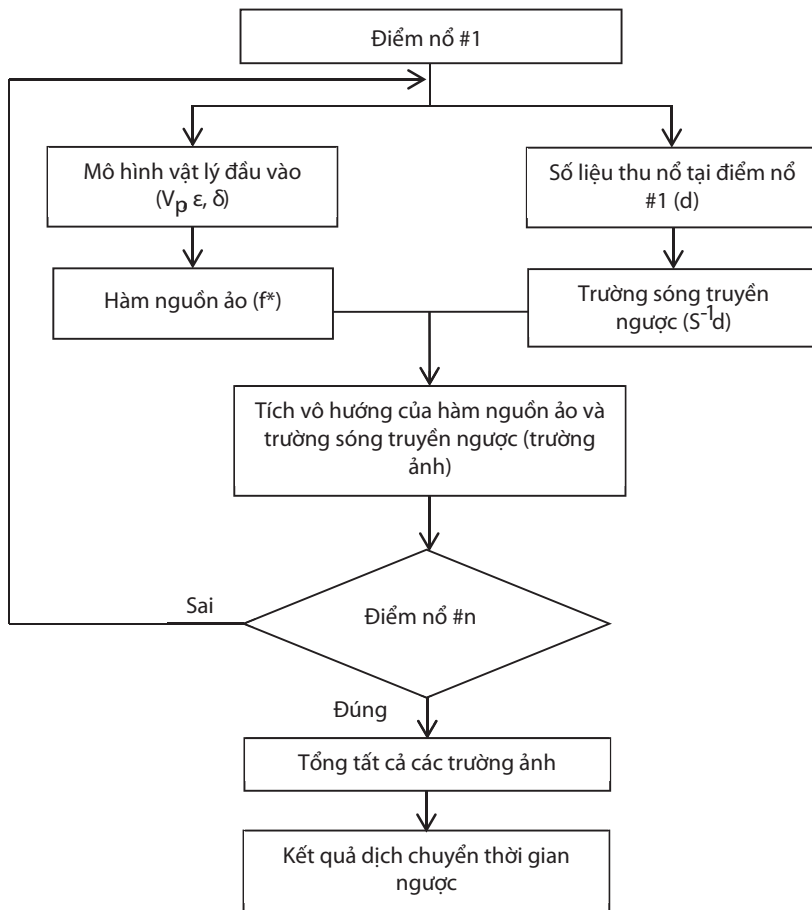
Để chứng minh cho sự đúng đắn của phương trình 29, quay trở lại ví dụ nêu ở trên (Hình 3). Với số liệu đầu vào là mô hình vật lý (Hình 3) và điểm nổ chung (Hình 4), hàm nguồn ảo và trường sóng truyền ngược được tính toán và kết quả tích vô hướng theo phương trình 29 được thể hiện trên Hình 8.

So sánh kết quả thể hiện trên Hình 8 với Hình 7 và 3 nhận thấy bề mặt phản xạ được xác định rõ ràng và đúng. Điều đó kết luận tính đúng đắn về mặt toán học của phương pháp dịch chuyển thời gian ngược cho môi trường đẳng hướng ngang. Như vậy thuật toán dịch chuyển thời gian ngược có thể biểu diễn trên sơ đồ khối thể hiện ở Hình 9.



**Hình 7.** Kết quả tích vô hướng của điểm nổ chung và đạo hàm riêng của trường sóng tại tất cả các điểm trong lưới sai phân hữu hạn cho mặt cắt địa chấn của một điểm nổ chung

**Hình 8.** Kết quả tích vô hướng của hàm nguồn ảo và trường sóng truyền ngược của điểm nổ chung (Hình 4)



**Hình 9.** Sơ đồ khối của thuật toán dịch chuyển thời gian ngược cho mô hình đẳng hướng ngang

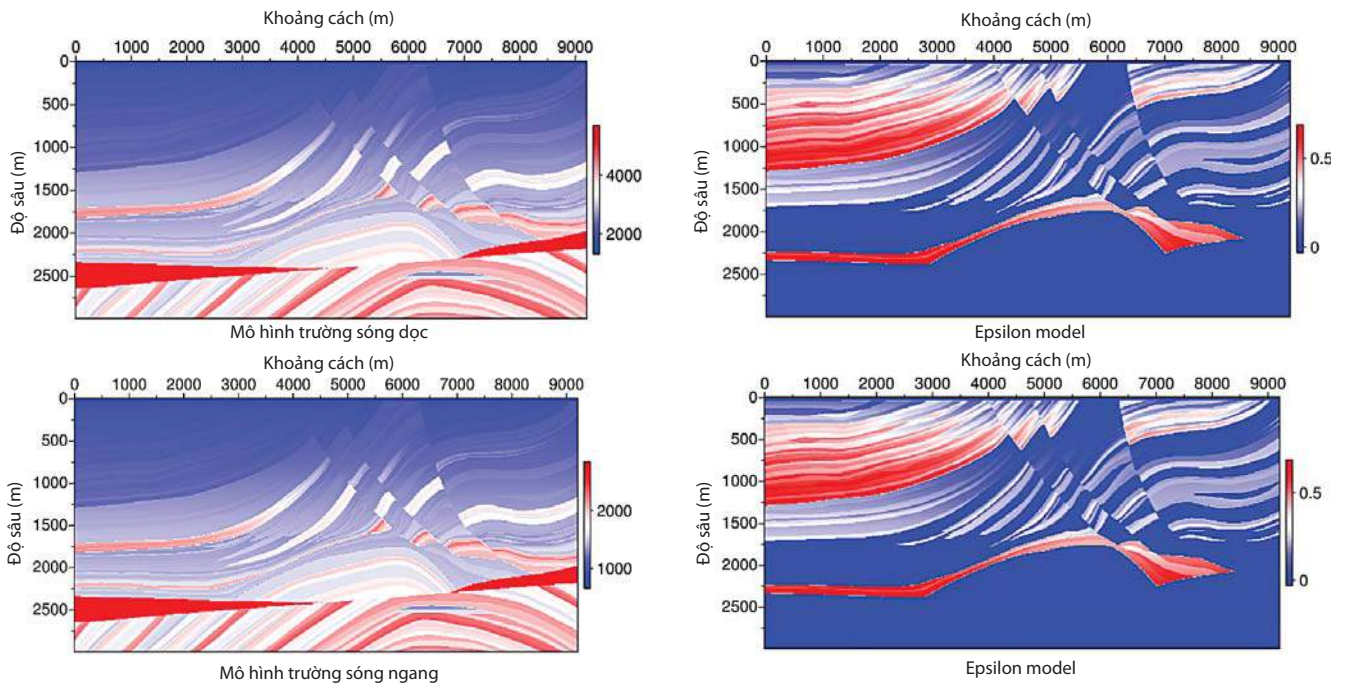
**4. Sử dụng mô hình đẳng hướng ngang Marmousi để kiểm tra tính đúng đắn của thuật toán**

Mô hình đẳng hướng ngang Marmousi (Hình 10) thể hiện cấu trúc địa chất phức tạp gồm các hệ thống các đứt gãy thuận và nghịch. Phần dưới cùng của mô hình là bẫy nếp lồi chứa dầu khí được thể hiện bởi đới vận tốc thấp. Bẫy dầu khí này chính là mục tiêu để kiểm tra tính chính

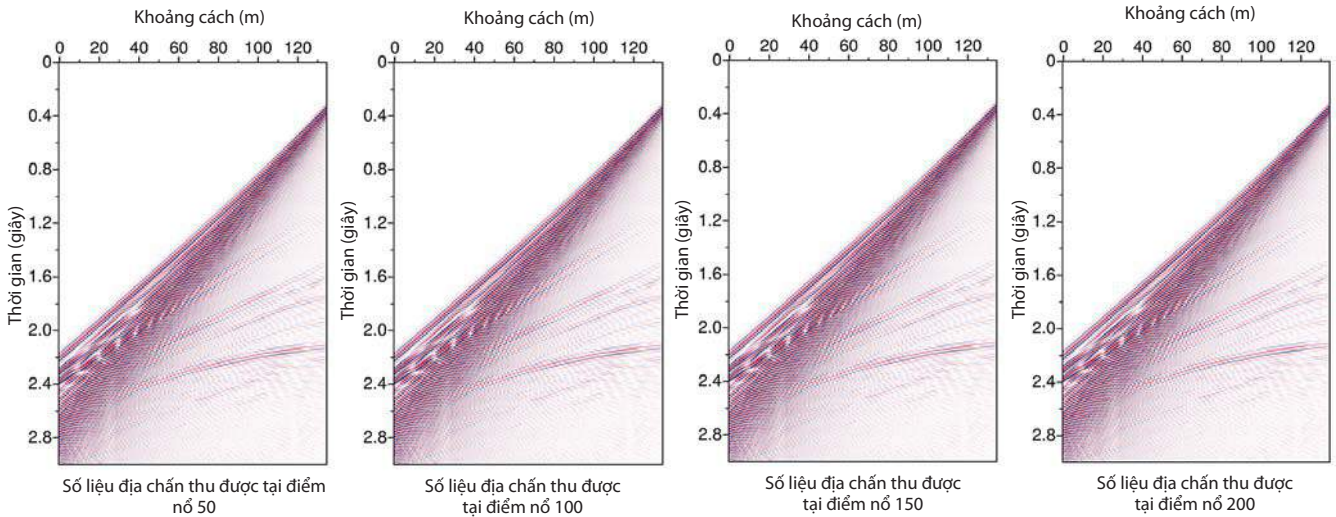
xác của các thuật toán dịch chuyển cho điều kiện địa chất phức tạp [2]. Vì vậy, mô hình đẳng hướng ngang Marmousi được sử dụng để kiểm tra tính chính xác của thuật toán dịch chuyển thời gian ngược nêu trên. Số liệu của mô hình đẳng hướng ngang Marmousi có tổng số 240 điểm nổ chung, mỗi điểm nổ gồm 135 mạch địa chấn với khoảng cách gần nhất giữa điểm nổ và mạch địa chấn là 200m. Khoảng nổ và khoảng thu đều là 25m và điểm nổ đầu tiên tại vị trí 3.000m. Hình 11 thể hiện số liệu địa chấn điểm nổ chung số #50, #100, #150 và #200 tương ứng tại các vị trí 3.750m, 4.500m, 5.250m và 6.000m. Ở đây khó xác định các mặt phản xạ hyperbol do tính chất phức tạp của mô hình địa chất. Kết quả dịch chuyển áp dụng thuật toán dịch chuyển thời gian ngược cho môi trường đẳng hướng ngang được thực hiện cho số liệu địa chấn mô tả ở trên (Hình 12). So sánh kết quả dịch chuyển trong Hình 12 với mô hình vận tốc đầu vào (Hình 10) cho thấy, phần lớn các cấu trúc chính của mô hình đều được xác định đúng vị trí, đặc biệt vị trí của cấu trúc chứa dầu khí được xác định một cách rõ và chính xác so với mô hình đầu vào. Kết quả này kết luận tính chính xác của thuật toán dịch chuyển trên. Tuy nhiên, lớp trầm tích phía trên không thật sự được xác định rõ nét. Điều này có thể giảm thiểu nếu các bước tiền xử lý như lọc tần, decon... được sử dụng trước khi dịch chuyển.

**5. Kết luận**

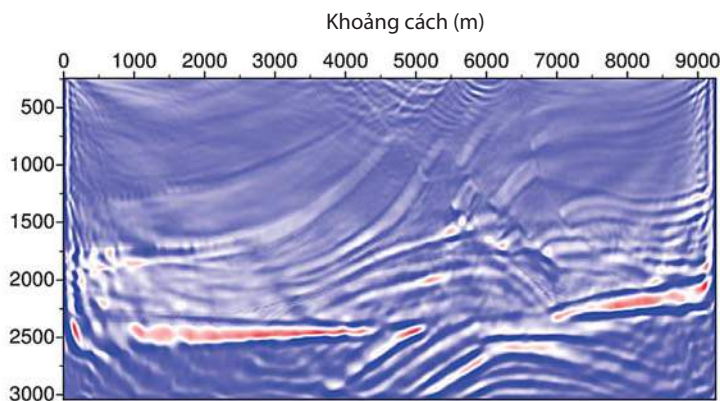
Nhóm tác giả đã loại bỏ thành phần sóng ngang ( $V_s = 0$ ), thành lập mối quan hệ giữa tần số góc và số sóng, từ đó xây dựng phương trình vi phân đạo hàm riêng cho môi trường đẳng hướng ngang. Phương trình vi phân đạo hàm riêng mô phỏng quá trình lan truyền sóng dọc trong môi trường đẳng hướng ngang cho kết quả về mặt động lực học giống như môi trường đàn hồi đẳng hướng ngang thật. Do đó, phương trình này có thể sử dụng cho thuật toán dịch chuyển sâu dựa vào phương trình sóng.



Hình 10. Mô hình đẳng hướng ngang Marmousi [2]



Hình 11. Một số ví dụ về số liệu đầu vào các điểm nổ chung cho dịch chuyển của mô hình đẳng hướng ngang Marmousi



Hình 12. Kết quả dịch chuyển sâu thời gian ngược

Cả hai điều kiện ảnh cho môi trường đẳng hướng ngang: tích vô hướng của đạo hàm riêng của trường sóng

và điểm nổ chung; hàm nguồn ảo và trường sóng dịch chuyển ngược đều cho kết quả hình ảnh dưới mặt của cấu trúc địa chất, được đề xuất và chứng minh tính đúng đắn. Tuy nhiên, điều kiện ảnh tích vô hướng của đạo hàm riêng của trường sóng và điểm nổ chung rất khó có thể thực hiện do khối lượng tính toán rất lớn và rất nhiều số liệu vào ra (I/O).

Thuật toán dịch chuyển thời gian ngược (hàm nguồn ảo và trường sóng dịch chuyển ngược) được đề xuất, khai triển toán học chặt chẽ và kiểm tra tính chính xác bằng mô hình đẳng hướng ngang Marmousi.

## Tài liệu tham khảo

1. K.Aki, P.G.Reichards. *Quantitative seismology: theory and methods*. 1980.
2. T.Alkhalifah. *An anisotropic Marmousi model*. SEP report. 1997: p. 265 - 283.
3. T.Alkhalifah. *An acoustic wave equation for anisotropic media*. Geophysics. 2000; 65: p. 1239 - 1250.
4. T.Alkhalifah, K.Larner. *Migration error in transversely isotropic media*. Geophysics. 1994; 59: p. 1405 - 1418.
5. E.Baysal. *Modelling and migration by the Fourier transform method*. PhD thesis, University of Houston. 1982.
6. W.F.Chang, G.A.M.Mechan. *Reverse time migration in of offset vertical seismic data profiling data using the excitation time imaging condition*. Geophysics. 1986; 51: p. 1514 - 1524.
7. J.Etgen, S.H.Grey, Y.Zhang. *An overview of depth imaging in exporation geophysics*. Geophysics. WCA5-WCA17. 2009; 74.
8. J.H.Isaac, D.C.Lawton. *Imaging mispositioning due to dipping TI media: A physical seismic modeling study*. Geophysics. 1999; 64: p. 1230 - 1238.
9. S.Jang. *Imaging of the earth interior using cross correlation*. PhD thesis, Hanyang University. 1996.
10. K.Larner, J.K.Cohen. *Migration error in transversely isotropic media with linear velocity variation in depth*. Geophysics. 1993; 58: p. 1454 - 1467.
11. K.J.Marfurt. *Accuracy of finite difference and finite element modeling of scalar and elastic wave equation*. Geophysics. 1984; 49: p. 533 - 549.
12. G.A.McMechan. *Migration by extrapolation of time-dependent boundary values*. Geophysical Prospecting. 1983; 31: p. 413 - 420.
13. C.Shin, S.Jang, D.Min. *Improved amplitude preservation for prestack depth migration by inverse scattering theory*. Geophysical Prospecting. 2001; 49: p. 592 - 606.
14. C.Shin, S.Chung. *Understanding CMP stacking hyperbola in terms of partial derivative wavefield*. Geophysics. 1999; 64: p. 1774 - 1782.
15. L.Thomsen. *Weak elastic anisotropy*. Geophysics. 1986; 51: p. 1954 - 1966.

# Reverse time migration for vertical transversely isotropic media

Doan Huy Hien<sup>1</sup>, Seonghuyng Jang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centre for Urban Studies, Vietnam National University, Hanoi

<sup>2</sup>Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources

## Summary

**One of the main assumptions for solving wave equation either numerically or analytically is to compensate the anisotropic properties which are usually observed in the earth materials. Consequently, most conventional prestack depth migration techniques based on wave equation solution are not sufficient for these anisotropic media.**

**Asymptotic analysis of wave propagation in vertical transversely isotropic (VTI) media yields a dispersion relation of couple P- and SV wave modes that can be converted to a fourth order scalar partial differential equation (PDE). By setting the shear wave velocity equal 0 and defining the auxiliary function, the fourth order PDE acoustic wave equation for VTI media can be reduced to a system of coupled second order PDEs and then can be solved numerically by finite difference method (FDM). The result of this P wavefield simulation is kinematically similar to the one of elastic VTI wavefield simulation.**

**Since the FDM approach can simulate the wavefield propagation in the VTI media, and reverse time migration (RTM) images the reflectors by using time extrapolation to synthesise source and receiver wavefield in the subsurface by FDM, the RTM technique is then promptly suggested to image the subsurface. The accuracy of subsurface imaging of the proposed algorithm has been verified by VTI Marmousi synthetic example.**

**Key words:** Prestack depth migration, anisotropy, vertical transverse isotropy, wave equations.